# GUÍA DE MATEMÁTICA (NÚMEROS REALES) NM2
# RAÍCES ENÉSIMAS

## RAÍZ ENÉSIMA

Encontrar o extraer una raíz es realizar la operación contraria o inversa a la potenciación, así como la suma es la operación inversa de la resta y viceversa, la multiplicación es la inversa de la división y viceversa.

En forma gráfica, esto es:

| Potencia | Raíz |
|---|---|
| $\boldsymbol{x^n = a}$ $\Longleftrightarrow$ | $\boldsymbol{\sqrt[n]{a} = x}$ |

Los nombres de las partes que constituyen cada operación matemática son:

$$\boldsymbol{x}\text{: } \textbf{\textit{es la base de la potencia}}; \quad \boldsymbol{x} \textbf{\textit{ es el valor de la raíz}}$$
$$\boldsymbol{n}\text{: } \textbf{\textit{es el exponente de la potencia}}; \quad \boldsymbol{n} \textbf{\textit{ es el índice de la raíz}}$$
$$\boldsymbol{a}\text{: } \textbf{\textit{es el valor de la potencia}}; \quad \boldsymbol{a}\text{: } \textbf{\textit{es el subradical o radical o radicando}}$$

La raíz consiste en encontrar la base de la potencia conociendo el exponente (que en la raíz se llama índice) y la cantidad subradical.

Ejemplo

$$\boldsymbol{8^2 = 64} \qquad \Leftrightarrow \qquad \boldsymbol{\sqrt[2]{64} = 8}$$

Cuando el índice de la raíz es 2 (raíz cuadrada), no se acostumbra por convención a colocarlo, se subentiende que es 2.

Para encontrar el valor de una raíz cuadrada se debe hacer la siguiente pregunta:
¿Qué número elevado a 2 (al cuadrado) da como resultado 64?
La respuesta es 8, porque 8 elevado a 2 o al cuadrado es 64.

En general, para encontrar el valor de una raíz se debe hacer la siguiente pregunta:

| ¿Qué número elevado al índice de la raíz da como resultado la cantidad subradical(o radicando)? |
|---|

## PROPIEDADES DE LAS RAÍCES

Ya que las raíces pueden convertirse a potencias de exponente fraccionario, cumplen con todas las propiedades de las potencias a partir de las cuales se pueden deducir las siguientes propiedades de las raíces:

**1. Multiplicación de raíces de igual índice**

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

Se multiplican las bases y se conserva el índice.

**2. División de raíces de igual índice**

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Se dividen las bases y se conserva el índice

**3. Raíz de raíz**

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

Para obtener raíz de raíz se multiplican los índices y se conserva la base.

**4. Raíz de una potencia cuyo exponente es igual al índice**

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

Exponente e índice se anulan entre sí, por lo tanto desaparece el radical y la base queda aislada

**5. Propiedad de amplificación**

$$\sqrt[n]{a^z} = \sqrt[nm]{a^{zm}}$$

Tanto el índice como el exponente de la potencia pueden amplificarse por un mismo valor.

**6. Ingreso de un factor dentro de una raíz**

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$$

Con la restricción que $a > 0 \; si \; n \; es \; par$

Para introducir un factor dentro de una raíz se coloca el factor dentro de la cantidad subradical como potencia con exponente igual al índice y multiplicando los demás factores.

## OPERACIONES CON RAÍCES

Las raíces que se encuentran dentro del signo radical pueden realizar operaciones entre sí. Pueden sumarse, restarse, multiplicarse o dividirse si cumplen con determinadas reglas o condiciones.

### SUMA Y RESTA DE RAÍCES

Solamente pueden sumarse o restarse dos raíces cuando éstas son semejantes, es decir, si son raíces con el mismo índice e igual radicando (cantidad subradical)

**Por Ejemplo**

$$3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\sqrt{2}=(3+5-1)\sqrt{2}=7\sqrt{2}$$

En este ejemplo se pide realizar una operación combinada de suma y resta, lo cual se pudo hacer ya que todos los términos tienen $\sqrt{2}$

**NOTA:** Es importante que se considere que cuando hay solo una raíz $\sqrt{2}$ es lo mismo que $1\sqrt{2}$.

**Ejemplo 2**

¿Podremos sumar y restar raíces que tengan el mismo índice pero distinta cantidad subradical?

$$3\sqrt{3}+5\sqrt{2}-\sqrt{5}=$$

En el ejercicio se pide sumar y restar raíces que tienen el mismo índice pero con subradical distinto y además números primos que no se pueden factorizar.

**Ejemplo 3**

$$\sqrt{108}+\sqrt{27}-\sqrt{75}$$

En este ejercicio al igual que el anterior las raíces tienen el mismo índice pero sus cantidades subradicales si se pueden factorizar, esto es,

$$\sqrt{108}=\sqrt{2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3}=\sqrt{2^2\cdot 3^3}=2\sqrt{3\cdot 3^2}=2\cdot 3\sqrt{3}=6\sqrt{3} \qquad 108=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3$$

$$\sqrt{27}=\sqrt{3^2\cdot 3}=3\sqrt{3} \qquad 27=3\cdot 3\cdot 3$$

$$\sqrt{75}=\sqrt{3\cdot 5^2}=5\sqrt{3} \qquad 75=3\cdot 5\cdot 5$$

Una vez ya factorizadas las raíces convenientemente, es posible realizar las adiciones y sustracciones.

$$6\sqrt{3}\ +\ 3\sqrt{3}\ -\ 5\sqrt{3}\ =\ 4\sqrt{3}$$

## ACTIVIDADES

I. Calcular las siguientes raíces y aplique propiedades.

a) $\sqrt{16}+\sqrt[3]{64}+5\sqrt[4]{81}+2\sqrt[5]{-32} =$

$4 + 4 + 5\cdot 3 + 2\cdot(-2) =$

$8 + 15 + (-4) = 19$

| | | |
|---|---|---|
| b) $\sqrt{9}+\sqrt{16}+\sqrt{100} =$ | c) $\sqrt{144}+2\sqrt[3]{8}+\sqrt{81} =$ | d) $\sqrt[3]{27}+3\sqrt{9}+4\sqrt[5]{32} =$ |
| e) $(\sqrt{3}\cdot\sqrt{5})+(\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}) =$ | f) $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}+\sqrt[5]{3}\cdot\sqrt[5]{81} =$ | g) $\sqrt[6]{64}+\sqrt[6]{729}-\sqrt[3]{-27} =$ |

| | |
|---|---|
| h) $\sqrt[3]{216}+2\sqrt[3]{64}+4\sqrt[3]{27} =$ | i) $\sqrt{36}-2\sqrt[3]{8}+3\sqrt{100} =$ |

II. Suma y resta raíces, descomponer cuando corresponda.

| | |
|---|---|
| a) $8\sqrt{11}-7\sqrt{11}+13\sqrt{11} =$ | b) $3\sqrt{5}+4\sqrt{7}+14\sqrt{5}-\sqrt{7} =$ |

| | |
|---|---|
| c) $\sqrt{3}+\sqrt{18}-\sqrt{27}=$ | d) $2\sqrt{5}-2\sqrt{20}+\sqrt{45}\cdot\sqrt{5}=$ |
| e) $\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{18}+5\sqrt{32}=$ | f) $5\sqrt[3]{54}-6\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{16}=$ |
| g) $\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{405}=$ | h) $\sqrt{12}-\sqrt{18}+\sqrt{72}=$ |

Link de interés: *https://www.youtube.com/watch?v=qjPLcUJa85A Propiedades de raíces.*
*https://www.youtube.com/watch?v=2HachLBuoZo Simplificación de raíces.*
*https://www.youtube.com/watch?v=2BVgn1wk5ko Operaciones con raíces.*