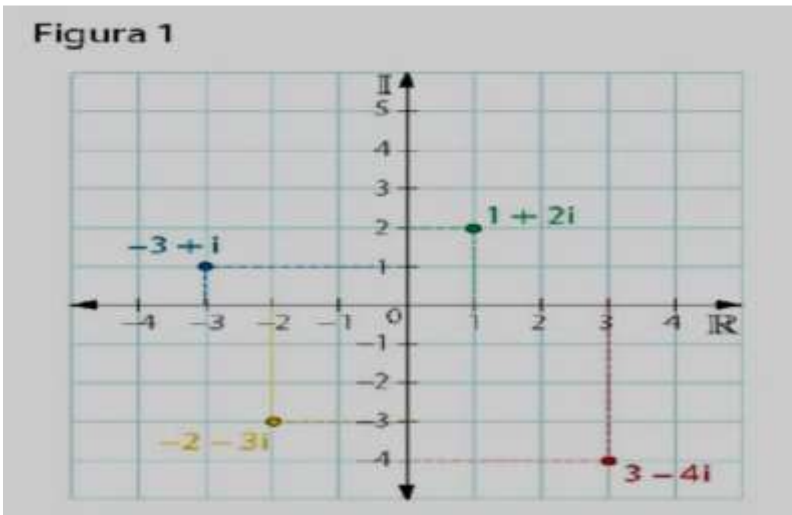
GUÍA FORMATIVA N° 2 NÚMEROS COMPLEJOS (NM3)

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

En cursos anteriores se construyó el plano cartesiano trazando dos ejes X e Y, que representaban los números reales. Ahora es posible construir el plano complejo, identificando al eje Y con las partes imaginarias ($\mathbb{I}, eje\ imaginario$) y el eje X con las partes reales ($\mathbb{R}, eje\ real$). De esta manera, es posible representar un número complejo cualquiera como un punto de este plano, identificando su parte real como abscisa **x**, y su parte imaginaria como ordenada **y**.



En la figura 1, se representan los siguientes números complejos.

1. $z = 1 + 2i$ 2. $z = -3 + i$ 3. $z = -2 - 3i$ 4. $z = 3 - 4i$

Este plano se conoce también como el plano de Argand en honor al matemático francés Jean Robert Argand.

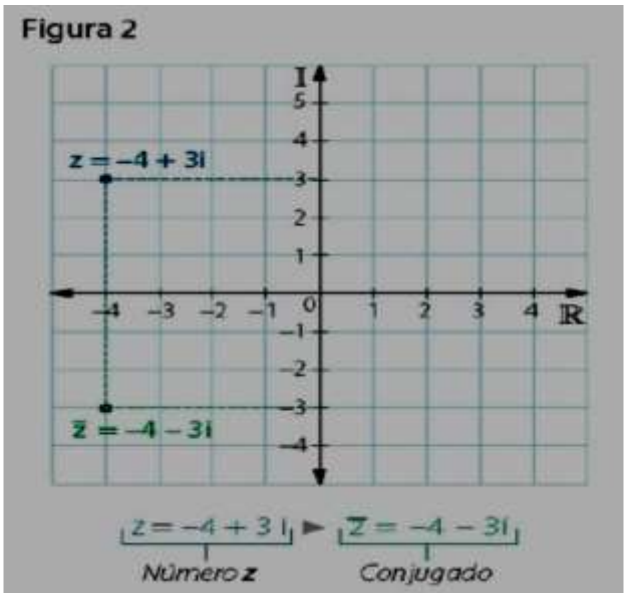
Actividad: Construye un plano complejo y ubica los siguientes números.

a) $z = 2 + 4i$	b) $z = -2 + 2i$	c) $z = 4 - 3i$	d) $z = -5 - 4i$
e) $z = 6 + i$	f) $z = -1 + 4i$	g) $z = 1 - 2i$	h) $z = -2 - i$

CONJUGADO DE UN COMPLEJO

Dado un complejo $\boldsymbol{z = a + bi}$, se define el **conjugado de** z, como:

$$\bar{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{a - bi}$$



Se observa que:

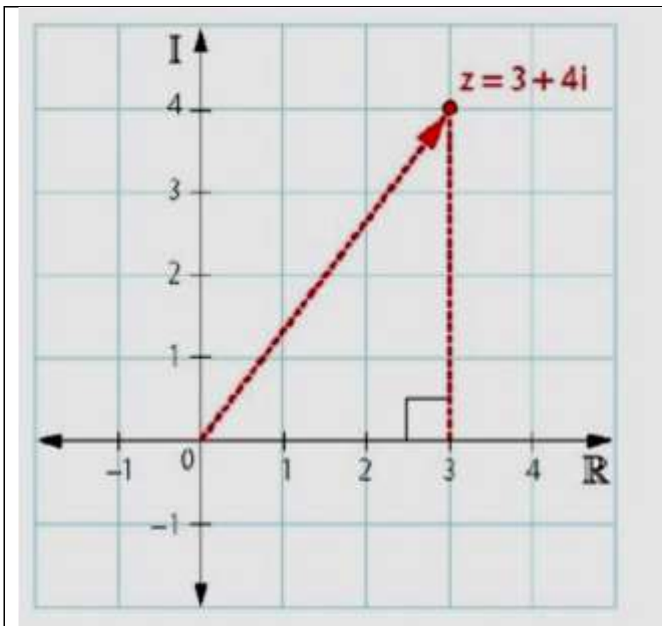
- El conjugado de $\boldsymbol{z}$, representa una simetría con respecto al eje x.
- El conjugado de un número complejo podemos entenderlo aritméticamente como el mismo complejo con el inverso aditivo de su parte imaginaria.
- El conjugado de un número real es el mismo número real.

$$\boldsymbol{a + 0i = a - 0i}$$

MÓDULO DE UN COMPLEJO

Dado un complejo $\boldsymbol{z = a + bi}$ en el plano complejo (Argand), se puede trazar un vector desde el origen hasta el punto representado por z, llamado **radio vector del complejo**. La longitud del radio vector corresponde al módulo o valor absoluto de $\boldsymbol{z}$, que se anota $\boldsymbol{|z|}$.

En la figura de abajo, se observa que, al trazar la proyección del complejo $\boldsymbol{z = 3 + 4i}$ sobre el eje real, se forma un triángulo rectángulo, cuyos catetos tienen como medidas la parte real e imaginaria de $\boldsymbol{z}$, que son 3 y 4 respectivamente.



El radio vector de $\boldsymbol{z}$ corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo. Entonces, por teorema de Pitágoras, se tiene:

$$|\boldsymbol{z}| = \sqrt{\boldsymbol{3^2 + 4^2}} = \sqrt{\boldsymbol{9 + 16}} = \sqrt{\boldsymbol{25}} = \boldsymbol{5}$$

Por lo tanto, $|\boldsymbol{z}| = 5$.

En general, para un complejo $\boldsymbol{z = a + bi}$, se tiene:

$$|\boldsymbol{z}| = \sqrt{\left(\boldsymbol{Re(z)}\right)^2 + \left(\boldsymbol{Im(z)}\right)^2}$$

ACTIVIDAD

I. Dados los siguientes números complejos, determina su módulo, su conjugado y represéntalos en el plano de Argand.

a) $z_1 = 2 + 5i$	b) $z_2 = 1 - 7i$	c) $z_3 = -3 + 9i$
d) $z_4 = -1 - i$	e) $z_5 = \overline{z_2}$	f) $z_6 = \overline{z_3}$

II. Con los datos del ítem I, realiza las siguientes operaciones con complejos.

a) $z_1 + z_2$	b) $z_2 + z_3$	c) $z_6 - z_4$
d) $\overline{z_1} - \overline{z_2}$	e) $z_6 + z_5 - z_3$	f) $2z_5 + 3\overline{z_6}$

III. Realiza un mapa conceptual con los contenidos revisados en la unidad.

Links de ayuda: https://www.youtube.com/watch?v=8ycGicTWcFU Grafica de complejos.
https://www.youtube.com/watch?v=dhqYIyCD7rQ Conjugado de un complejo
https://www.youtube.com/watch?v=Rj-XW_AIcbE&t=17s Módulo de un complejo